

DOI: <http://doi.org/10.5281/zenodo.14502098>

Accepted: 16.11.2024

Matematiksel ve Olasılıksal Akıl Yürütme İlişkisi: İlköğretim Yedinci Sınıf BİLSEM Öğrencilerinin Bilişsel Yeterliliklerinin Korelasyonel Analizi**Mathematical and Probabilistic Reasoning Relationship: A Correlational Analysis of the Cognitive Competencies of Seventh Grade Primary School Students****Zekai DEMİRDELEN**Şehit Veli Demiryürek Bilim ve Sanat Merkezi
zdemirdelen91@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0002-7629-0302>**Gülşen SARIYILDIRIM**Şehit Veli Demiryürek Bilim ve Sanat Merkezi
h.sariyildirim@hotmail.com, <https://orcid.org/0009-0006-5418-3246>**Özet**

Düşünebilme becerisinin geliştirilmesine yönelik temel araçlardan biri, matematiktir. Bu sebeple matematik, düşünce eylemini gerçekleştirmenin zihinsel bir gerekliliğini içermektedir. Matematiksel muhakeme; düşünce eyleminin sınırlarını aşarak, ilgili olayı, problemi veya durumu tüm yönleriyle analiz ederek mantıklı sonuca ulaşma sürecidir. Bu kapsamda bilişsel analiz süreci etkinliği, genellikle olayların gerçekleşme olasılıklarını değerlendirmede kullanılan muhakemelerle yakından ilişkilidir. Dolayısıyla, matematiksel muhakeme, karmaşık durumları analiz etme ve bu analizlerin sonuçlarını doğru bir şekilde yorumlama yeteneğini içerir. Bu durumda belirsizlik içeren durumlarla başa çıkma becerisini geliştirir. Çünkü olasılıksal muhakeme; dikkatli, sezgisel ve eleştirel düşüncüyü, güçlü bir matematiksel dil becerisi, mantıklı çıkarımlarda bulunmayı gerekli kılar. Bu bağlamda daha etkili kararlar alınabilmesi için olasılıksal ve matematiksel muhakeme becerilerinin birlikte kullanılmasıyla gerçekleşir. Araştırmanın temel hedefi, ilköğretim 7. sınıf Bilsem öğrencilerinin olasılıksal ve matematiksel muhakeme beceri düzeylerini ve beceriler arasındaki ilişkiyi incelemektir. Araştırmada ilişkisel tarama modeli olan korelasyonel model kullanılmıştır. 2023-2024 eğitim-öğretim yılında Osmaniye’de yer alan Bilim Sanat Merkezinde eğitim gören ilköğretim yedinci sınıf 69 öğrenciyle yürütülmüştür. “Matematiksel Muhakeme Beceri Düzeyi Belirleme Ölçeği” ve “Olasılıksal Muhakeme Beceri Düzeyi Belirleme Ölçeği” araştırmanın veri toplama araçları olup literatür kaynaklarından elde edilen bilgilerle geliştirilmiş olan ve kullanım izni alınan araçlardır. Araştırmaya katılan öğrencilerin büyük çoğunun olasılıksal muhakeme becerileri ile matematiksel muhakeme becerilerinin orta düzey üstünde olduğu ve bu iki beceri arasında pozitif yönde güçlü ve istatistiksel olarak anlamlı bir ilişki yapılan analizler sonucunda, tespit edilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Olasılıksal Muhakeme, Matematiksel Muhakeme, Bilsem Öğrencileri**Abstract**

One of the main tools for the development of thinking skills is mathematics. For this reason, mathematics contains a mental necessity to perform the act of thought. Mathematical reasoning; It is the process of reaching a logical conclusion by overcoming the limits of the act of thought, analyzing all aspects of the relevant event, problem or situation. In this context, the

effectiveness of the cognitive analysis process is closely related to the reasoning used to evaluate the probability of occurrence of events. Thus, mathematical reasoning involves the ability to analyze complex situations and correctly interpret the results of those analyses. In this case, it develops the ability to cope with situations involving uncertainty. Because probabilistic reasoning; It requires careful, intuitive and critical thinking, a strong mathematical language skill, and the ability to make logical inferences. In this context, it is realized by using probabilistic and mathematical reasoning skills together to make more effective decisions. The main objective of the research is to examine the probabilistic and mathematical reasoning skill levels of primary school 7th grade Bilsem students and the relationship between skills. In the study, the correlational model with the relational survey model was used. In the 2023-2024 academic year, the seventh grade of primary education at the Science and Art Center in Osmaniye was carried out with 69 students. "Mathematical Reasoning Skill Level Determination Scale" and "Probabilistic Reasoning Skill Level Determination Scale" are the data collection tools of the research and are the tools developed with the information obtained from the literature sources and are authorized for use. Most of the students participating in the study were above the average level of probabilistic reasoning skills and mathematical reasoning skills, and a strong and statistically significant relationship between these two skills was determined as a result of the analysis.

Keywords: Probabilistic Reasoning, Mathematical Reasoning, Bilsem Students

1.Giriş

Matematik, bilim olarak tanımlandığı dönemden önce, insanlar tarafından günlük yaşamda kullanılmaktaydı. Matematiksel düşünce, Struik'un ifadesiyle, yiyecek toplama evresinden üretime geçilene kadar sayısal değerleri ve mekânsal ilişkileri anlama konusunda sınırlı ilerleme kaydetmiştir (Struik, 2002). Yerleşik hayata geçiş ve üretime başlanmasıyla birlikte, ticaret olarak adlandırılan mal ve hizmet alışverişi başlamıştır. İlk başlarda takas usulüyle gerçekleşen ticarete, eşyalar adetlerine göre değiştirildiğinde, nispeten basit matematiksel hesaplamalar yapılmaktaydı. Ancak bakır ve tunç gibi metallerin eritilip madeni paraların kullanılmaya başlamasıyla birlikte ticarete sayısal ifadeler daha yaygın hale gelmiştir. Tüm bu evrimler, ilkel ve eski çağ toplumlarının, matematiksel düşünceyi farkında olmadan uyguladıklarını ve bu uygulamaların daha sonraları bilim adamları tarafından "Matematik" olarak adlandırıldığını göstermektedir.

Tarihsel olarak aritmetik işlemler; iki varlık veya nesnenin karşılaştırılmasını, soyut olarak saymaya başvurmadan gerçekleştiren 'birebir uygunluk' kavramıyla ortaya çıkmıştır (Ifrah, 1998). Aynı şekilde ve sayma yeteneğine sahip olmayan ve okuma yazma bilmeyen birine, içinde kırmızı boncukların bulunduğu torbada mı, yoksa içinde beyaz boncukların bulunduğu torbada mı daha çok boncuk olduğu sorulmuştur. İçgüdüsel muhakeme yöntemini kullanarak aynı birey eş zamanlı olarak her iki torbadan birer boncuk çekip yan yana koymuştur. Torbalardan biri boşalana kadar bu işlem tekrar etmiştir. Kırmızı boncukların bulunduğu torba daha önce boşalmışsa, beyaz boncukların daha fazla olduğuna, diğer durumda kırmızı boncukların daha fazla olduğuna karar vermiştir. Torbaların aynı anda boşaldığı durumda ise her iki torbada eşit sayıda boncuk olduğuna karar vermiştir (King, 2003).

Muhakeme yeteneği insanın doğal bir özelliği olup herhangi bir eğitim alınmadan da gerektiğinde etkili bir şekilde kullanılabileceği bu örneklerden anlaşılabilir. Belirli bir gayeye ulaşmak için mantık çerçevesinde düşünme ve bir olayı, problemi ya da durumu "Nasıl" ve "Neden" soruları etrafında planlı ve programlı adımlar dâhilinde, detaylandırarak anlamlandırma sürecini içeren üst düzey bir düşünme eylemine muhakeme denilmektedir. Bu yetenek, kişinin çeşitli durumları analiz etme, sonuçları değerlendirme ve akıl yürütme

kabiliyetini içerir, ayrıca günlük yaşamda ve karmaşık konularda kararlar almak için önemli bir araçtır.

Muhakeme, hakkında karar verilecek problemi tüm yönleriyle ele alıp derinlemesine düşünerek mantıklı bir sonuca ulaşma işini ifade eder. Karar verme sürecinin temelini, bir sorunu çözmek için olası tüm sonuçları göz önüne alarak muhakemede bulunmak ve alternatif durumlar arasından seçim yapmak oluşturmaktadır. (Holyoak ve Morrison, 2005). Bu, problemin çeşitli yönlerini değerlendirmeyi, muhtemel sonuçları düşünmeyi ve en uygun çözümü seçmeyi içerir. Muhakeme süreci, bireyin problemi anlama, bilgiyi kullanma ve mantıklı bir sonuca ulaşma yeteneklerini içerir. Bu nedenle, etkili muhakeme, kişinin karşılaştığı zorlukları aşmasına, bilinmeyen durumlarla başa çıkmasına ve çeşitli seçenekler arasında akılcı bir tercih yapmasına yardımcı olabilir. Bu nedenle, muhakeme yeteneği, sadece özel durumlarla sınırlı kalmayan genel bir düşünme becerisidir ve kişinin çeşitli durumlarla başa çıkmasına, problem çözmesine ve bilinçli kararlar almasına yardımcı olabilir.

Olasılık konusunu anlamak, çevremizdeki olayları daha iyi kavramamıza katkı sağlar ve muhakeme yoluyla ulaşılabilecek bilgilerin doğruluğunu test etme fırsatı sunar. Bu konuyu anlamak, dünya görüşümüzü etkileyecek ve karar verme süreçlerimizde bize yardımcı olacaktır (Graham, 1994). Öğrencilerin muhakeme yeteneklerinin gelişmiş olması, matematik konularının öğrenimini kolaylaştırdığından, bu yeteneklerin olasılık konusundaki kavramları öğrenmeleri açısından da önemlidir.

İnsan, yaşamı boyunca öngörülemeyen doğa olayları ve şans oyunları gibi durumlarla özellikle belirgin hale gelen seçkisiz (rasgele) olaylarla karşılaşma durumuyla yüzleşir. (Gürbüz ve ark, 2010). 17. yüzyılın ortalarına kadar, rasgele olayların gerçekleşme ihtimalleri ile ilgilenen olasılık kuramının oluşumu ve matematiğin bu alanda bir disiplin haline gelmesi tamamlanmıştır. (Korkmaz, 2005; Karaçay, 2006). Şans oyunlarından çok bilgideki belirsizlikle ilişkilendirerek ve bu bağlamı açık bir şekilde ortaya koyarak, Pascal'ın olasılığı, olasılık kuramının gelişimine önemli bir katkıda bulunmuştur (Korkmaz, 2005).

İlköğretim düzeyinde, olasılık kavramına ilişkin gerekçelendirmelerin, mantıkla çelişen örneklerle sıkça karşılaştığı ifade edilmektedir (Borovcnik vd., 1996). Öyleki lise seviyesinde de bu hatalı gerekçelendirmelerin ve yanlış sezgilerin ettiği belirtilmiştir (Batanero vd., 2005). Yanlış bilgilerin veya kavramsal yanılgıların ileriki yaşlarda düzeltilmesi zor olabilir. Bu nedenle, öğrencilerin küçük yaşlarda olasılık kavramlarını doğru bir şekilde öğrenmeleri büyük bir önem taşır. Öğrencilerin güçlü bir olasılık anlayışına ulaşmaları için altı önemli strateji önermektedir English (2005). Bu stratejiler arasında öne çıkanlar şunlardır: öğrencilerin kendi başlarına düşünme yeteneklerini geliştirmeye sevk etmek, öğrencilere sunumlarında ve çözüm yaklaşımlarında esnek olmaları konusunda cesaret vermek, soru oluşumlarına odaklanmalarını teşvik etmek, öğrencilere çözümlerini arkadaşlarıyla paylaşma konusunda destek olmak, öğrencilere roman tarzında olasılık problemleri öğretmek ve problem kurma fırsatları tanımaktır.

Popper (1998) olasılığı belirli yorumlara ve tahminlere dayanarak elde ettiğimiz belirsizlik ya da kesinlik inancının ölçütü olarak tanımlanmıştır. Olasılık, Gürbüz ve ark, 2010 tarafından bir olayın gerçekleşme olasılığının sayısal olarak ifade edilmesi olarak tanımlanmıştır. Başka bir görüş olarak olasılık çevremizdeki riskleri anlama, hesaplama ve karşılaştırma yeteneğini geliştiren bir konu olarak ifade edilmiştir (Bezzina 2004). Ayrıca olasılık, Karaçay (2006) perspektifine göre gelecekte bir süreçte ne olacağını tahmin etme eylemi olarak tanımlanır. Ayrıca olasılığı, olayların olabirliğinin sayılarla ifade edilmiş şekli olarak Salan ve Gencel (1998) tanımlanmıştır. Sonuçta olasılık, gelecekte olacak ve birden fazla sonucu olan olaylar hakkında mantıklı tahminler ve sezgilerle muhakeme yapma süreci olup gerçekleşme olasılıklarını matematiksel olarak ifade etme işlemi içerir. Bir olayın olasılığına karar vermede tahmin ve sezgi faktörleri olasılık kavramının tanımında büyük bir öneme sahiptir.

Umay (2003) muhakemeyi düşünmenin ileri basamaklarında ortaya çıkan bir yetenek ve beceri olarak tanımlanmaktadır. Bu açıklamaya göre, birçok düşünme becerisini etkili bir şekilde kullanarak bir sonuca varma süreci muhakeme içerisinde yer almaktadır. Düşünme becerilerinin gelişiminde kritik ve yaratıcı düşünmenin son derece etkili olduğunu vurgulanmıştır. (Bailin 1987) Kritik, yaratıcı ve mantıksal düşünme gibi farklı düşünme becerilerinin gelişimi bu çerçevede büyük önem taşımaktadır. Bu bağlamda, "Matematiksel Muhakeme Becerisi (MMB)" ile "Olasılıksal Muhakeme Becerisi (OMB)" arasındaki ilişkinin belirlenmesi, 7. sınıf ilköğretim öğrencilerinin olasılıksal ve matematiksel muhakeme becerilerinin değerlendirilmesi sonrasında aralarındaki birlikteliğin anlaşılması açısından önemli bir konu oluşturmaktadır.

Eğitim, bireyin zihinsel gelişimi, düşünme yetisi ve akıl süreçlerinin vazgeçilmez bir parçasıdır. Eğitimin temel hedeflerinden biri, öğrencilere informal alanda sınırlı bilgiyle sunulan problemlere ilişkin sınırlı düzeyde muhakeme yetenekleri kazandırmaktır (Yazgan vd., 2022). Bu tür problemlerin çoğu zaman belirli çözüm yöntemi olmaması, öğrencilerin muhakeme becerilerini daha fazla kullanmalarını gerektirir. Belirsiz durumların karar verme ve muhakeme süreçlerini engellemediği, hatta sınırlı bilgiye rağmen insanların bu tür durumlarla başa çıkabildiği ifade edilmektedir (Gün vd., 2021).

Bir sorunu çözmek için tüm muhtemel sonuçları göz önünde bulundurmak, mantıklı bir çıkarımda bulunmak ve alternatif durumlar arasından seçim yapmak önemlidir (Şirin vd., 2020). Bu yeteneklerin gelişmesi, yeterli olasılık bilgisi ve yeteneğine dayanır. Henüz gerçekleşmemiş birden fazla sonucu olan olaylar hakkında mantıklı tahminler ve içgüdülerle muhakeme yapmamıza olasılık kavramları olanak tanır. Bu terimler, günlük yaşamımızdaki belirsiz durumlarda karar verme sürecinde sıkça kullanılır (Gürbüz vd, 2010). Bu durum, olasılık yeteneği ile muhakeme yeteneği arasında bir ilişki olabileceğine dair bir işaret sunmaktadır.

Olasılık kavramının öğrenilmesinde, düzenli, özenli, kritikselle ve içsel düşünme becerilerine, matematiksel lisanın daha iyi seviyeye gelmesine, kapsamlı ve mantıklı muhakemeye olan gereklilik vurgulanmaktadır (Gürbüz ve ark, 2010). Matematik konularını öğrenmeyi kolaylaştıran, öğrencilerin muhakeme becerilerinin yüksek olması nedeniyledir. (Bursalı, 2019). Başka bir ifadeyle, matematik konularını daha etkili bir şekilde anlayan öğrencinin matematiksel muhakeme becerisinin gelişmiş olması gerekir. Bu bilgiler ekseninde, matematiksel düşünme becerisinin, özellikle olasılık kavramlarını öğrenme sürecinde önemli bir rol oynadığı ifade edilebilir. Bu beceri, öğrencilere karmaşık olasılık kavramlarını analiz etme ve çözme yeteneği kazandırarak, matematik öğrenimlerini daha derinlemesine anlamalarına yardımcı olabilir.

Matematiksel muhakeme becerisi ile olasılık bilgi ve becerisi arasındaki ilişkinin anlaşılması için bu durum bir gereklilik doğurmaktadır. Bu ilişkinin açıklığa kavuşturulması, eğitimcilerin öğrencilerin matematiksel muhakeme becerilerini daha etkili bir şekilde desteklemelerine ve öğretim stratejilerini daha iyi uyarlamalarına yardımcı olabilir.

Bu kapsamda araştırma sorusu: 7. sınıf ilköğretim Bilsen öğrencilerinde olasılıksal ile matematiksel muhakeme becerileri arasında bir ilişkiyi incelemektir. Bu kapsamda;

Ek Problemler:

1. 7. sınıf ilköğretim öğrencilerinin belirlenen ölçütler çerçevesinde matematiksel muhakeme becerileri, ne düzeydedir?
2. 7. sınıf ilköğretim öğrencilerinin belirlenen ölçütler doğrultusunda olasılıksal muhakeme becerileri, ne düzeydedir?
3. 7. sınıf ilköğretim Bilsen öğrencilerinin matematiksel ve olasılıksal muhakeme becerileri arasında nasıl bir ilişki bulunmaktadır? Bu ilişki, öğrencilerin genel muhakeme yetenekleriyle ilgili nasıl bir bağlantı içermektedir?

Bu ek problemler, araştırmanın temel sorusunu daha ayrıntılı bir şekilde ele alarak

öğrencilerin matematiksel muhakeme ve olasılıksal muhakeme becerileri arasındaki ilişkiyi anlamaya yönelik bir çerçeve oluşturmaktadır. Bu sayede, her bir beceri düzeyini belirleme ve bu beceriler arasındaki ilişkiyi değerlendirme imkânı sağlanacaktır.

Bu çerçevede, öğrencilerin matematiksel muhakeme ve olasılıksal muhakeme becerilerinin seviyelerini belirlemek, bu becerilerin öğrenme süreçlerindeki rolünü anlamak ve bu beceriler arasındaki potansiyel ilişkiyi tespit etmek, çalışmanın ana hedeflerini oluşturmaktadır. Elde edilen bulgular, ilköğretim 7. sınıf düzeyinde matematik eğitimine yönelik stratejilerin geliştirilmesi ve öğrenci başarısının artırılması konusunda değerli bir katkı sağlayabilir.

2.Yöntem

Araştırmada, ilişki tarama modeli olan korelasyonel model kullanılmıştır. Genellikle iki veya daha fazla değişken arasındaki birlikte değişim varlığını veya derecesini belirlemeyi amaçlayan araştırma modellerine İlişkisel tarama modelleri denilmektedir. (Gay ve Airasian, 2000; Karasar, 2009). Değişkenler arasındaki ilişkilerin incelendiği ve bu ilişkilerin düzeylerinin belirlendiği ise korelasyonel modeldir (Büyüköztürk, 2009; Çepni, 2009; Karasar, 2009).

Korelasyon katsayısı (r) değişkenler arasındaki ilişkinin ölçüsünü belirlemek amacıyla hesaplanır. Korelasyon katsayısının değerine göre, ilişkinin doğası hakkında çeşitli yorumlar yapmak mümkündür. Örneğin; mükemmel bir pozitif ilişki katsayısının (1.00) olması durumunda, mükemmel bir negatif ilişki katsayısının (-1.00) olması durumunda saptanır. İlişki olmadığında ise katsayı (0.00) olması durumunda oluşur.

Korelasyon katsayısının mutlak değeri 0.90-1.00 aralığında ise "mükemmel ilişki", "0.70-0.90 aralığında ise "çok yüksek düzeyde ilişki", 0.50-0.70 aralığında ise "yüksek düzeyde ilişki", 0.30-0.50 aralığında ise "orta düzeyde ilişki", 0.10-0.30 aralığında ise "düşük düzeyde ilişki", 0.00-0.10 aralığında ise "çok düşük düzeyde ilişki" şeklinde yorumlanmaktadır (Cohen, 1988). 2023-2024 Eğitim-Öğretim yılında Osmaniye'de yer alan Bilim Sanat Merkezinde eğitim gören 69 (29 Erkek-40 Kız) 7. sınıf ilköğretim öğrencisiyle yürütülmüştür.

Öğrencilerden araştırmanın verileri toplanırken;

- *Olasılıksal Muhakeme Beceri Düzeyi Belirleme Ölçeği* (OMBDBÖ)
 - *Matematiksel Muhakeme Beceri Düzeyi Belirleme Ölçeği* (MMBDBÖ)
- kullanılmıştır.

Araştırma kapsamında, açık uçlu sorulara verilen cevapların analizinde Ek3 ve Ek4 de belirtilen puanlama ölçekleri göz önünde bulundurulmuştur. Çoktan seçmeli sorularda yanlış veya boş cevap 0 puan, doğru cevap 5 puan olacak şekilde belirlenmiş ve bu değerlendirme ile analiz edilmiştir. Ek olarak her bir soruda beş boşluk doldurma sorusu mevcut olup puanlandırma yapılırken, her doğru cevap 1 puan, yanlış veya boş cevap ise 0 puan olarak kabul edilmiştir. Puanlama ölçeklerinin belirlenmesinde, üç alan eğitimcisinin görüşlerine başvurulmuştur.

Öğrencilerin MMBDBÖ ve OMBDBÖ puanlarının ortalamalarına göre belirlenen beceri düzeyleri Tablo1 de sunulmuştur:

Tablo 1. Başarı Testleri Puan Ortalamasının Yorumlanma Aşamaları

Beceri Düzeyi	Ölçekten Alınan Puanın Ortalaması(x)
Oldukça Düşük	0.00-0.99
Düşük	1.00-1.99
Orta	2.00-2.99
Yüksek	3.00-3.99
Oldukça Yüksek	4.00-5.00

Öğrenciler MMBDBÖ 'den en az 0 puan ve en çok 190 puan alınabilecektir. Ölçek çalışmasında madde-toplam korelasyonu .30 üzerinde ve cronbach alfa değeri .885 hesaplanmış dolayısıyla geçerlik ve güvenilirlik değerlerini sağladığı ifade edilebilir (Erdem, 2011). Ayrıca OMBDBÖ 'den en az 0 puan ve en çok 75 puan alınabilecektir. Ölçek çalışmasında madde-toplam korelasyonu .20 üzerinde ve cronbach alfa değeri .890 hesaplanmış dolayısıyla geçerlik ve güvenilirlik değerlerini sağladığı ifade edilebilir (Erdem, 2011).

Öğrencilerin MMBDBÖ ve OMBDBÖ aracılığı ile toplanan verilerin analizinde istatistiksel programlar kullanılmış ve her iki ölçek için beceri düzeyleri belirlenmiştir. Ayrıca, MMBDBÖ ve OMBDBÖ düzeyleri arasındaki ilişki, her iki ölçekten elde edilen puanların ortalaması üzerinden incelenmiştir. Bu analizlerin yanı sıra, öğrencilerin her iki ölçekteki beceri düzeyleri ve bu düzeyler arasındaki ilişkinin daha detaylı bir anlayışını sağlamak amacıyla, farklı beceri düzeylerindeki öğrencilere atanmış Ö1, Ö2, Ö3... vb. kodlar ile belirli öğrencilerin ölçeklere verdikleri cevaplar detaylı bir şekilde incelenmiştir.

3.Bulgular

Bu bölümde öğrencilerin MMBDBÖ ve OMBDBÖ puanlarının analizi ve ölçeklerden elde edilen görseller yer almaktadır.

3.1.Birinci Alt Probleme Ait Bulgular

Belirlenen ölçütler çerçevesinde Bilsen ilköğretim 7. sınıf öğrencilerinin matematiksel muhakeme becerileri ne düzeydedir?

MMBDBÖ' da örneklem grubunun aldıkları puanların ortalamaları Tablo 1' de belirtilen kriterler ışığında frekans ve yüzde gösterimi Tablo 2 de gösterilmiştir

Tablo 2. MMBDBO'dan Alınan Puanların Dağılımı

MMBDBO Düzeyi	Frekans (f)	Yüzdellik (%)
Oldukça Düşük	-	-
Düşük	-	-
Orta	8	11,59
Yüksek	33	47,83
Oldukça Yüksek	28	40,58
Toplam	69	100.0

Tablo 2' de ifade edildiği gibi öğrencilerin MMBDBO'dan aldığı ortalama puanların Tablo 1'de belirtilen beceri düzeyleri ışığında %40,58'i ise Oldukça Yüksek düzeyde, %47,83'ü Yüksek düzeyde ve %11,59'u orta düzeyde olduğu bulgulanmıştır. Bu verilere ışığında öğrencilerin büyük çoğunluğunun (%88,41) matematiksel muhakeme becerilerinin orta düzeyin üstünde olduğu ifade edilebilir. Ayrıca öğrencilerin MMBDBO'dan aldıkları puanlar en az 92, en fazla 174 tür. Öğrencilerin MMBDBO'dan elde edilen bulgular hakkında daha detaylı bilgi sahibi olmak amacıyla öğrencilerin ölçeklere verdiği cevaplardan örnekler incelenmiştir. Bu kapsamda MMB testinde yer alan birkaç sorular ve sorulara cevap veren öğrencilerin ölçekten aldıkları ortalama puanlar incelenmiştir.

Görsel 1. Ö4 Öğrencisinin MMB Testi 2. soruya İlişkin Öğrenci Yanıtı

2

Bir sporcu ilk gün belirli bir mesafeyi koşuyor. Sonraki her gün bir önceki gün koştuğu mesafenin 2 katından 200 metre daha az koşuyor. Sporcu üç gün sonunda toplam 8300 metre koştuğuna göre, ilk gün kaç metre koşmuştur? Yazınız.

a) 1000 m b) 1100 m c) 1200 m d) 1300 m

Kat yerine x kullanırsak 1. güne x değerini vererek başlayabiliriz. O zaman 2. gün kurala göre 2 katı - 200'den $2x - 200$. 3. gün ise yine aynı şekilde 2 katı $\rightarrow 4x - 600$, 200 eksigi $\rightarrow 4x - 600$ olur. Bir sayının (200+600'den) 800 eksigi 8300 ise yapmamız gereken $8300 + 800 = 9100$.
 $9100 : 7 (x sayısı) = 1300$

$2 + 4 + 1 = 7$

1. x 2. $2x - 200$ 3. $4x - 600$

$8300 + 800 = 9100$

$\begin{array}{r} 9100 \overline{) 7} \\ \underline{-7} \\ 21 \\ \underline{-21} \\ 000 \end{array}$

Ö4 öğrencisinin MMB Testi ikinci soruya verdiği cevap incelendiğinde, öğrencinin matematiksel muhakeme beceri sürecinde verdiği cevabın eksiksiz olduğu ve açıklamalarının yeterli düzeyde olduğu görülmektedir. Soru, öğrencinin denklem çözme becerisini ölçmede oldukça ayırt edici olduğu göz önünde bulundurulduğunda bu alanda oldukça yüksek beceri düzeyine sahip olduğu ifade edilebilir. Öğrencinin ayrıca ilk gün koşma mesafesini (x) metre olarak belirleyip, ikinci gün koşulan mesafeye ($2x-200$), üçüncü gün koşulan mesafeyi [$3.(2x-200)-200$] metre olarak işleme devam etmesi ve denklem çözme aşamalarını tam olarak yapmış olması oldukça yüksek muhakeme becerisine sahip olduğunu göstermektedir. Ö4 öğrencisine ait MMBDBO'dan aldığı ortalama puanının 4,97 hesaplanması ile oldukça yüksek beceri düzeyi aralığında (4,00-5,00) olduğu ifade edilebilir.

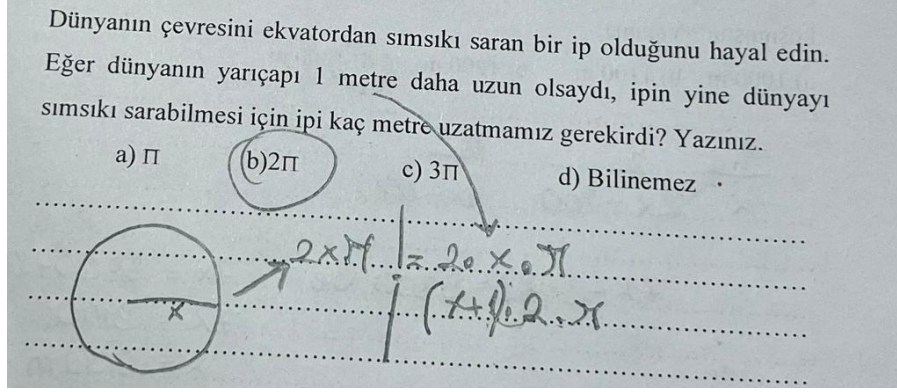
Görsel 2. Ö4 Öğrencisinin MMB Testi 7. Soruya İlişkin Öğrenci Yanıtı

25 sayfalık bir kitabın sayfaları 1'den başlamak üzere numaralandırılmak isteniyor. Bu işlem bittiğinde toplam kaç rakam kullanılmış olur? Yazınız.

a) 40 b) 41 c) 42 d) 43

İlk 9 sayfada 9 rakam kullanılır (1, 2, 3, ..., 9).
 Kalan 16 sayfada ise her sayfada 2'ser rakam vardır. yani sonrak $9 + 16 \cdot 2 = 9 + 32 = 41$

Ö4 öğrencisinin MMB Testi yedinci soruya verdiği cevap incelendiğinde, öğrencinin matematiksel muhakeme beceri sürecinde verdiği cevabın eksiksiz olduğu ve açıklamalarının yeterli düzeyde olduğu görülmektedir. Soru, öğrencinin birinci sayfadan dokuzuncu sayfaya kadar rakamların kullanılmasını, 10. Sayfadan 25. Sayfaya kadar iki basamaklı sayıların kullanıldığını ifade etmesi matematiksel muhakeme ölçeği kriterleri kapsamında değerlendirildiğinde oldukça yüksek muhakeme beceri düzeyinde olduğu ifade edilebilir. Ö4 öğrencisine ait MMBDBO'dan aldığı ortalama puanının 4,97 hesaplanması ile oldukça yüksek beceri düzeyi aralığında (4,00-5,00) olduğu ifade edilebilir.

Görsel 3. Ö46 Öğrencisinin MMB Testi Beşinci Soruya İlişkin Öğrenci Yanıtı

Ö46 öğrencisinin MMB Testi beşinci soruya verdiği cevap incelendiğinde, öğrencinin matematiksel muhakeme beceri sürecinde verdiği cevabın eksiksiz olduğu ve ifadelerinin yeterli düzeyde olduğu görülmektedir. Soru, öğrencinin çemberin çevresinin pi ile çapın çarpımına eşit (Çevre= $2\pi r$) olduğunu bilmesi, dolayısıyla yarıçapın bir metre artmasının çapta iki metrelik artışa sebep olacağı ve formülde yerine yazıp çarpma işleminin toplama işlemi üzerinde dağılma özelliğini kullanarak doğru cevaba ulaşmasından dolayı Ö46'nın matematiksel muhakeme ölçeği kriterleri kapsamında değerlendirildiğinde oldukça yüksek muhakeme beceri düzeyinde olduğu ifade edilebilir. Ö46 öğrencisine ait MMBDBO'dan aldığı ortalama puanının 4,57 hesaplanması ile oldukça yüksek bereci düzeyi aralığında (4,00-5,00) olduğu ifade edilebilir.

3.2.İkinci Alt Probleme Ait Bulgular

Belirlenen ölçütler çerçevesinde Bilsem ilköğretim 7. sınıf öğrencilerinin olasılıksal muhakeme becerileri ne düzeydedir?

Örnekleme grubunun OMBDBO'dan aldıkları puanların ortalamaları Tablo 1' de belirtilen kriterler ışığında frekans ve yüzde gösterimi Tablo 3 de gösterilmiştir

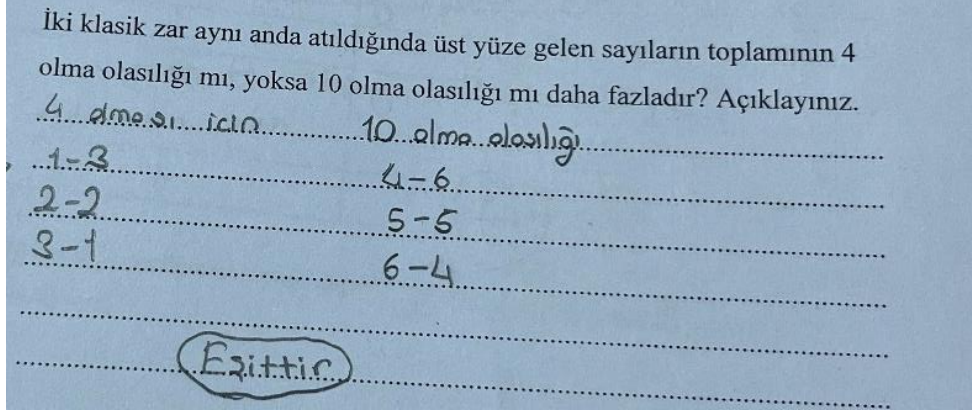
Tablo 3. OMBDBO'dan Alınan Puanların Dağılımı

OMBDBO Düzeyi	Frekans (f)	Yüzdeler (%)
Oldukça Düşük	-	-
Düşük	-	-
Orta	-	-
Yüksek	26	37,68
Oldukça Yüksek	43	62,32
Toplam	69	100.0

Tablo 3' de ifade edildiği gibi öğrencilerin OMBDBO'dan aldığı ortalama puanların Tablo 1'de belirtilen beceri düzeyleri ışığında, %37,68'i Yüksek düzeyde ve %62,32'si ise Oldukça Yüksek düzeyde olduğu bulgulanmıştır. Dolayısıyla öğrencilerin tamamının olasılıksal muhakeme düzeyi becerilerinin orta düzeyin üstünde olduğu ifade edilebilir. Ayrıca öğrencilerin OMBDBO'dan aldıkları puanlar en az 47, en fazla 73' tür. Öğrencilerin OMBDBO'dan elde edilen bulgular hakkında daha detaylı bilgi sahibi olmak amacıyla öğrencilerin ölçeklere verdiği cevaplardan örnekler incelenmiştir. Bu kapsamda OMB testinde yer alan birkaç soru ve sorulara cevap veren öğrencilerin ölçekten aldıkları ortalama puanlar incelenmiştir.

Ö4 öğrencisine ait OMBDBO'dan aldığı ortalama puanının 4,73 hesaplanması ile oldukça yüksek beceri düzeyi aralığında (4,00-5,00) olduğu ifade edilebilir.

Görsel 6. Ö46 Öğrencisinin OMB Testi Üçüncü Soruya İlişkin Öğrenci Yanıtı



Ö46 öğrencisinin OMB Testi üçüncü soruya verdiği cevap incelendiğinde, öğrencinin olasılıksal muhakeme beceri sürecinde verdiği cevabın eksiksiz olduğu ve açıklamalarının yeterli düzeyde olduğu görülmektedir. Soruda belirtilen ifadenin öğrenci tarafından net anlaşılması, iki zarın üst yüzeyine gelecek ihtimal için örnek uzayın belirlenmesi öğrenci tarafından açık ve net bir şekilde ifade edilmiştir. Özellikle üste gelen sayıların toplamının dört ve on olma durumlarını sağlayan zar pozisyonlarının ayrıntılı ele alınması ve sorunun öğrenciden istediği olasılıksal muhakeme becerisinin eksiksiz ifade edilmesi öğrencinin oldukça yüksek muhakeme becerisine sahip olduğunu göstermektedir. Ö46 öğrencisine ait OMBDBO'dan aldığı ortalama puanının 4,80 hesaplanması ile oldukça yüksek beceri düzeyi aralığında (4,00-5,00) olduğu ifade edilebilir.

3.3.Üçüncü Alt Probleme Ait Bulgular

Bilsem ilköğretim 7. sınıf öğrencilerinin matematiksel muhakeme becerileri ile olasılıksal muhakeme becerileri arasında nasıl bir ilişki bulunmaktadır? İlköğretim 7. sınıf öğrencilerinin

Bu ilişki, öğrencilerin genel muhakeme yetenekleriyle ilgili nasıl bir bağlantı içermektedir?

Alt problemin çözümü sırasında, öğrencilerin MMBDBO ve OMBDBO ile ilgili toplam puan ortalamaları arasındaki ilişkiyi belirlemek amacıyla Pearson korelasyon katsayısı hesaplanmıştır. Tablo 4'te her ölçekten elde edilen toplam puan ortalamaları arasındaki bağlantıyı gösteren Pearson korelasyon katsayısı sunulmuştur.

Tablo 4. MMBDBO ve OMBDBO İlişkili Toplam Puanlarının Ortalamaları Arasındaki Pearson Korelasyon Sonuçları

		MMBDBO İlişkili Ortalama (\bar{x})	OMBDBO İlişkili Ortalama (\bar{x})
MMBDBO İlişkili Ortalama (\bar{x})	Pearson Korelasyon	1	0.653
	p		<.001
	n	69	69
OMBDBO İlişkili Ortalama (\bar{x})	Pearson Korelasyon	0.653	1
	p	<.001	
	n	69	69

Tablo 4'te belirtildiği gibi, katılımcıların matematiksel muhakeme becerileri düzeyleri ile olasılıksal düşünme becerileri arasındaki ilişki pozitif yönde yüksek ve istatistiksel olarak anlamlı tespit edilmiştir ($r=0.653$, $p<.001$). Ölçeklere ait toplam puan ortalamaları arasındaki pozitif yönlü yüksek ilişki, nitel bulgularla doğrulanmaktadır. Araştırmanın üçüncü alt problemi kapsamında amaçlarından biri öğrencilerin matematiksel ve olasılıksal muhakeme becerileri arasındaki ilişkiyi anlamak olduğundan, öğrencilerden her bir zihinsel muhakemeyi problemlerle karşılaştıkları anda yazmaları istenmiştir. Aynı öğrencilerin her iki ölçekteki bazı sorulara verdikleri cevaplarından örnekler, bu çerçevede sunulmuştur.

Öğrencilerin MMB ve OMB testine verdiği cevapların Tablo 1. de belirtilen ortalama puan kriterlerine göre puanlandırılması görsellerle desteklenmiştir. Öğrencilerin MMB ve OMB testlerinden aldıkları ortalama puanları arası ilişkinin belirlenmesinde birinci ve ikinci alt probleme ilişkin bulgu karşılaştırması Tablo 5. de gösterilmiştir.

Tablo 5. Birinci ve İkinci Alt Probleme İlişkin Bulgu Karşılaştırması

	MMB Testi			OMB Testi		
	Ortalama Puanı	Görsel No	Soru No	Ortalama Puanı	Görsel No	Soru No
Ö4	4,97	Görsel 1.	2.Soru	4,73	Görsel 4.	3.Soru
Ö4	4,97	Görsel 2.	7.Soru	4,73	Görsel 5.	14.Soru
Ö46	4,57	Görsel 3.	5.Soru	4,80	Görsel 6.	3.Soru

Bu bulgular ışığında Ö4 kodlu öğrencinin Ortalama MMBDBO Testi ortalaması 4,97 olup; MMB testi ikinci sorusu (Görsel 1.) ve yedinci sorusu (Görsel 2.) 'de, OMB testi 3. Soru (Görsel 4.) ve on dördüncü sorusu (Görsel 5.)'de incelenmiş olup bu öğrencinin OMBDBO ortalaması 4,73 olarak ifade edilmiştir. Ö4 öğrencisinin hem MMB düzeyi hem de OMB düzeyi oldukça yüksek beceri düzeyindedir. Son problem alt cümlesine cevap bulmak için Tablo 4. te MMB ve OMB düzeyleri arasında bir ilişkinin var olup olmadığını belirlemek için öğrencilerin MMBDBO ile OMBDBO'ne ilişkin toplam puanlarının ortalamaları arasındaki Pearson korelasyon sonuçları incelenmiştir. Sonuç olarak katılımcıların matematiksel muhakeme becerileri düzeyleri ile olasılıksal düşünme becerileri arasındaki ilişki pozitif yönde yüksek ve istatistiksel olarak anlamlı tespit edilmiştir ($r=0.653$, $p<.001$).

4.Sonuç Ve Tartışma

Düşünme eylemi, belirli bir hedef doğrultusunda planlı ve programlı adımlarla, mantık çerçevesinde düşünerek karar verme veya bir olayı, problemi "Neden" ve "Nasıl" soruları etrafında detaylandırarak anlamlandırma sürecidir ve bu haliyle muhakeme veya akıl yürütmedir. Matematik konuları arasındaki ilişkiyi fark etme ve bu yeteneği kullanarak karşılaşılan problem durumlarını çözebilme becerisini sergilemek muhakemenin temel göstergesidir. (Mandacı-Şahin 2007). Muhakemede başarılı olan bireyler, belirli bir konuda yeterli düzeyde bilgi sahibidirler. Yeni karşılaştıkları durumları kapsamlı bir şekilde inceleyebilir, keşfedebilir, bu durumları önceki bilgileriyle ilişkilendirebilir, mantıklı tahminlerde bulunabilir, varsayımlar yapabilir, düşüncelerini gerekçelendirebilirler. Ayrıca belirli sonuçlara ulaşabilir, bu ulaştıkları sonuçları açıklayabilir ve savunabilirler (Lithner 2000; Briscoe ve Stout 2001).

Nickerson'un (2004) vurguladığına göre, olasılıksal muhakeme becerisinin eksikliği, insanları çeşitli ve mantıklı olmayan korkular içinde hapsedebilir, riskleri mantıklı bir şekilde değerlendirmeyi engelleyebilir, kararları önyargılara dayandırabilir, belirsiz durumlarda karar verme yeteneğini zayıflatabilir, istatistiksel bilgilerin hatalı şekilde değerlendirilmesine yol açabilir, çok önemli olasılık kavramlarını değerlendirmeyi zorlaştırabilir ve diğer

perspektiflerden mantığa uygun düşünmeyi engelleyebilir. Dolayısıyla, olasılıksal ve matematiksel muhakeme becerileri arasında bir ilişki olduğu ortaya çıkmaktadır.

Matematiksel muhakeme becerisi ve olasılıksal muhakeme becerisi, okul içinde ve dışında karşılaşılan problemlerle etkili bir şekilde başa çıkma açısından oldukça kritiktir. Bu bağlamda, her iki beceriyi bir arada kullanarak, günlük yaşamda karşılaşılan durumlara mantıklı ve etkili çözümler bulma yeteneği önemlidir. Bu çalışma, BİSEM ilköğretim 7. Sınıf öğrencilerinin matematiksel ve olasılıksal muhakeme becerilerinin seviyelerini değerlendirmeyi ve bu iki beceri arasındaki ilişkiyi anlamayı amaçlamıştır. Elde edilen sonuçlar, bu becerilerin ölçülmesi ve değerlendirilmesi konusunda gelecekte yapılacak araştırmalara ışık tutabilir.

Yüksek beceri düzeyindeki öğrenciler, doğru muhakemelerde bulunma ve matematiksel dil kullanma konularında başarılı olmuşlardır. Ayrıca, bu öğrencilerin düşüncelerini matematiksel dille ifade etme konusunda yetenekli oldukları gözlemlenmiştir. Kavram bilgisinin, matematik öğrenimi açısından önemli olduğunu belirten birçok çalışma bulunmaktadır.

Oldukça yüksek beceri düzeyindeki öğrenci grubu, beklenen matematiksel ve olasılıksal muhakemede bulunan ve doğru işlemlerle karar vermişlerdir. Matematiksel dilin etkili kullanımının matematik öğrenimi için önemli olduğu birçok çalışma tarafından vurgulanmıştır.

Matematiksel dil kullanma yeteneklerini geliştirmede, öğretmenlere önemli bir rol düşmektedir. Öğretmenler matematiksel bilgi ve kavramları öğretirken, matematiksel dilin sık ve doğru bir şekilde kullanılmasına itina göstermelidirler. Bu nedenle, önceki çalışmalarda matematiksel dilin öğrenme ortamlarında etkili bir şekilde kullanılmasının matematiksel kavramların anlaşılmasında önemine vurgu yapılmıştır.

Yüksek beceri düzeyindeki öğrencilerin, istenen açıklamaları başarılı bir şekilde gerçekleştirdikleri gözlemlenmiştir. Ayrıca, oldukça yüksek beceri düzeyindeki öğrencilerin OMBDBÖ üzerindeki 3. soruya verdikleri cevapta, toplamı 10 olan ikilileri (4,6), (6,4) ve (5,5) ve toplamı 4 olan ikilileri (1,3), (3,1) ve (2,2) şeklinde doğru bir şekilde belirterek her iki durumun olasılıklarının eşit olduğunu ifade etmişlerdir. Bu cevap, öğrencinin konu ile ilgili kavramları anladığını ve bu kavramları etkili bir şekilde kullanabildiğini göstermektedir. Kavram bilgisinin etkili öğrenme süreçlerinde kritik bir rol oynadığına dair literatürdeki birçok çalışmaya paralel olarak değerlendirilebilir (Charles ve Lester 1982, Mayer 1982, Dowker 1997, Baki 1998, Bernardo 1999, Baker ve Czarnocha 2002, Camacho 2002, Şandır vd. 2002, Rittle-Johnson ve Koedinger 2002, İşleyen ve Işık 2003, Karataş ve Güven 2003, Olkun ve Toluk 2004, Soylu ve Soylu 2006, Mandacı-Şahin 2007).

BİSEM ilköğretim 7. Sınıf öğrencilerinin matematiksel muhakeme becerileri ile olasılıksal muhakeme becerileri arasındaki ilişkiyi incelemek araştırmanın üçüncü alt problemi idi. Öğrencilerin matematiksel muhakeme becerileri düzeyleri ile olasılıksal düşünebilme becerileri arasındaki ilişki pozitif yönde yüksek ve istatistiksel olarak anlamlı tespit edilmiştir ($r=0.653$, $p<.001$). Ölçeklere ait toplam puan ortalamaları arasındaki pozitif yönlü yüksek ilişki, elde edilen bulgularla da doğrulanmaktadır. Araştırmamızda öğrencilerden problemlerle karşılaştıklarında düşündüklerini yazmaları istenmiş olup bu sayede araştırmamızın temel amaçlarından biri olan öğrencilerin muhakemelerini anlamayı amaçlanmıştır. Aşağıda aynı öğrencilerin her iki ölçekte yer alan bazı sorulara verdikleri cevaplarından örnekler bu nedenle sunulmuştur. Ek olarak, bu ilişkinin daha net bir şekilde görülebilmesi için öğrencilerin her bir ölçekten aldıkları puan ortalamaları da verilmiştir. İlgili örneklerden bazıları aşağıda sunulmuştur.

Cohen (1988), ilgili korelasyon değerini yüksek düzeyde bir ilişki olarak tanımlamaktadır. Bu durumda, öğrencilerin matematiksel muhakeme becerilerinin yüksek olduğunun görülmesi, olasılıksal muhakeme becerilerinin de yüksek olduğu saptanmaktadır. Oluşan bu sonuç, matematiksel muhakemenin olasılıksal muhakeme üzerinde önemli bir etkisi

olduğunu göstermektedir. Literatürde de benzer şekilde, matematiksel muhakemenin olasılıksal muhakeme ile ilişkili olduğunu belirten birçok çalışma bulunmaktadır (Fischbein 1975; Kahneman vd. 1982; Green 1983; Baron 1988; Gal-Baron 1996; Gürbüz vd. 2010).

Bu çalışma ilköğretim 7. sınıf öğrencilerinin olasılıksal muhakeme becerileri (OMB) ve matematiksel muhakeme becerileri (MMB) arasındaki ilişkiyi anlamaya yönelik önemli bilgiler sunmaktadır. Öğrencilerin genel olarak orta düzeyde MMB'ye sahip olduklarını, ancak olasılıksal muhakeme becerilerinde daha yüksek bir düzeye sahip olduklarını göstermektedir. Öğrenciler arasında önemli bir pozitif korelasyon tespit edilmiştir, bu da MMB düzeyi ile OMB düzeyi arasında güçlü bir ilişki olduğunu göstermektedir.

Sonuçlar, matematiksel muhakeme becerilerinin olasılıksal muhakeme becerileri ile güçlü bir şekilde ilişkili olduğunu vurgulamaktadır. Bu bulgu, öğrencilerin matematiksel muhakemelerini geliştirmenin, olasılıksal muhakeme becerilerini de olumlu yönde etkileyebileceğini göstermektedir. Dolayısıyla, matematik eğitiminde MMB'nin güçlendirilmesi, öğrencilerin olasılıksal muhakeme becerilerini de artırabilir.

5.Öneriler

İlköğretim 7. sınıf öğrencilerinin matematiksel muhakeme becerileri (MMB) ile olasılıksal muhakeme becerileri (OMB) arasında önemli bir ilişki olduğunu çalışmamızın sonuçları göstermektedir. Bu bağlamda, öğrencilerin genellikle orta düzeyde MMB'ye sahip olduğu ancak OMB konusunda daha yüksek bir düzeye ulaştığı belirlenmiştir. Ayrıca, MMB düzeyi ile OMB düzeyi arasında olumlu yönde yüksek korelasyon saptanmıştır, bu da MMB'si yüksek olan öğrencilerin OMB düzeyinin de yüksek olduğunu göstermektedir.

Bu bulgulara dayanarak aşağıdaki önerilerde bulunulmuştur:

- Sınıf Seviyeleri Arasında Karşılaştırmalar: ortaokul öğrencilerinin OMB ve MMB düzeyleri karşılaştırılarak daha geniş bir perspektif elde edilebilir. Bu, farklı sınıf seviyelerindeki öğrencilerin muhakeme becerilerindeki gelişimi daha iyi anlamamıza yardımcı olabilir.
- Problemlerle Muhakeme Yeteneklerini Geliştirmek: Öğrencilere alışlagelmiş kalıp problemler yerine muhakemeyi gerektiren problemlerle uğraşmaları için fırsatlar sunularak matematiksel muhakeme becerileri desteklenebilir.
- Açık Uçlu Sorular: Okullarda değerlendirme amaçlı sadece ezberlenmiş yöntemlere dayanmaktan ziyade daha çok açık uçlu sorular kullanılarak öğrencilerin farklı düşünme becerilerini kullanmaları teşvik edilebilir.
- Farklı Öğretme Stratejileri: Olasılık konusunun öğretiminde farklı öğretme stratejilerinin kullanılması, öğrencilerin daha etkili bir şekilde öğrenmelerini sağlayabilir ve matematiksel muhakeme becerilerini geliştirebilir.

Bu öneriler, matematik eğitiminde muhakeme becerilerini güçlendirmeye yönelik stratejilere odaklanarak öğrencilerin matematiksel düşünme yeteneklerini artırabilir

Kaynaklar

- Altıparmak, K. ve Oziş, T. 2005. Matematiksel ispat ve matematiksel muhakemenin gelişimi üzerine bir inceleme. *Ege Eğitim Dergisi*, 6(1), 25-37.
- Bailin, S. 1987. Critical and creative thinking. *Informal Logic*, 9(1), 23-30.
- Baker, W. and Czarnocha, B. 2002. Written meta-cognition and procedural knowledge. Proceedings of the 2nd International Conference on the Teaching of Mathematics. University of Crete, Hersonissos Crete, Greece, 1-6 July 2002.
- Baki, A. 1998. Matematik öğretiminde işlemsel ve kavramsal bilginin dengelenmesi. Ataturk Üniversitesi 40. Kuruluş Yıldönümü Matematik Sempozyumu, Erzurum.

- Baron, J. 1988. Thinking and deciding. New York: Cambridge University Press.
- Batanero, C., Henry, M. and Parzysz, B. 2005. The nature of chance and probability. In Graham A. Jones (Ed.), Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning (chapter 1, pp.15-37). New York, Springer science.
- Bernardo, A. B. 1999. Overcoming obstacles in understanding and solving Word problems in mathematics. *Educational Psychology*, 19(2), 149-163.
- Bezzina F. 2004. Pupils' understanding of probabilistic & statistics (14-15+) difficulties and insights for instruction. *Journal of Maltese Education Research*, 2(1), 53- 67.
- Borovcnik, M. and Peard, R. 1996. Probability. In A. J. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick and C. Laborde (Eds.), International handbook in mathematics education (Part 1, pp. 239–288). Dordrecht: Kluwer.
- Briscoe, C. and Stout, D. 2001. Prospective elementary teachers' use of mathematical reasoning in solving a lever mechanics problem. *School Science and Mathematics*, 101(5), 228-235.
- Bursalı, G. G. (2019). *Ortaokul öğrencilerinin olasılıksal akıl yürütme seviyelerinin incelenmesi* (Master's thesis, Bartın Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü).
- Büyüköztürk, Ş. 2009. Sosyal bilimler için veri analizi el kitabı: İstatistik, araştırma deseni, SPSS uygulamaları ve yorum (10. Baskı). PegemA Yayınları, Ankara.
- Camacho, J. E. D. 2002. Comparing declarative and procedural learning strategies under a problem based learning approach. Unpublished Doctoral Dissertation. United States International University, San Diego.
- Cepni, S. 2009. Araştırma ve Proje Çalışmalarına Giriş (4. Baskı), Trabzon.
- Charles, R. and Lester, F. 1982. Teaching problem solving: What, why & how. Palo Alto, CA: Dale Seymour Publications.
- Cohen, J. 1988. Statistical power analysis for the behavioral sciences (2nd Ed.). New Jersey: Lawrence Erlbaum.
- Dowker, A. 1997. Young children's addition estimates. *Mathematical Cognition*, 3(2), 141–154.
- English, L. D. 2005. Combinatorics and the development of childrens' combinatorial reasoning. In Graham A. Jones (Ed.), Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning (chapter 5, pp. 121-141). Springer Science, New York.
- Erdem, E. (2011). *İlköğretim 7. sınıf öğrencilerinin matematiksel ve olasılıksal muhakeme becerilerinin incelenmesi*. Yüksek Lisans Tezi, Adıyaman Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Adıyaman.
- Fischbein, E. 1975. The intuitive sources of probabilistic thinking in children. Dordrecht, The Netherlands: Reidel.
- Fischbein, E. and Schnarch, D. 1997. The evolution with age of probabilistic, intuitively based misconceptions. *Journal of Research in Science Teaching*, 28(1), 96-105.
- Ford, M. I. and Kuhs, T. 1991. The act of investigating: Learning mathematics in the primary grades. *Childhood Education*, 67(5), 313-316.
- Gal, I. and Baron, J. 1996. Understanding repeated simple choices. *Thinking and Reasoning*, 2(1), 1-18.
- Gay, L. R. and Airasian, P. 2000. Educational research: Competencies for analysis and application. Upper Saddle River, NJ: Prentice-Hall, Inc.
- Gibbs, W. and Orton, J. 1994. Language and mathematics. In A. Orton and G. Wain (Eds.), Issues in Teaching Mathematics (pp. 95-116). Cassell, London.
- Graham, A. 1994. Statistics: An introduction. London: Hodder & Stoughton.
- Green, D. R. 1983. A survey of probability concepts in 3000 pupils aged 11–16 years. In D. R. Grey, P. Holmes, V. Barnett and G.M. Constable (Eds.), Proceedings of the First International Conference on Teaching Statistics (pp. 766–783). Sheffield, UK: Teaching Statistics Trust.

- Gün, H. K., Işık, O. R., & Şahin, B. (2021). Oyunla Öğretimin Olasılık Başarısına Ve Matematik Dersine Tutuma Etkisi. *Mustafa Kemal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 5(7), 263-276.
- Gürbüz, R. and Birgin, O. 2012. The effect of computer-assisted teaching on remedying misconceptions: The case of the subject “probability”. *Computers and Education*, 58(3), 931-941.
- Gürbüz, R., Catlıoğlu, H. Birgin, O. and Erdem, E. 2010. An investigation of fifth grade students’ conceptual development of probability through activity based instruction: a quasi-experimental study. *Educational Sciences: Theory & Practice*, 10(2), 1021–1069.
- Holyoak, K. J. and Morrison, R. G. (2005). Thinking and reasoning: A reader’s guide. In K. J. Holyoak & R. G. Morrison (Eds.), *The Cambridge handbook of thinking and reasoning* (pp. 1–9). New York, NY: Cambridge University Press.
- Ifrah, G. 1998. Rakamların evrensel tarihi 1: Bir golgenin peşinde (8.Baskı). Tubitak Populer Bilim Kitapları, Ankara.
- İşleyen, T. and Işık, A. (2003). Conceptual and procedural learning in mathematics. *Journal of The Korea Society of Mathematical Education SeriesD: Research in Mathematical Education*, 7(2), 91–99.
- Kahneman, D. and Tversky, A. 1972. Subjective probability: A judgment of representativeness. *Cognitive Psychology*, 3, 430-454.
- Kahneman, D., Slovic, P. and Tversky, A. (Eds.). 1982. *Judgment under uncertainty: Heuristics and biases*. Cambridge University Press.
- Karacay, T. 2006. Olasılığın matematiksel temelleri ve yeni arayışlar. IV. Ulusal Mantık, Matematik ve Felsefe Sempozyumu, Foca, 5-8 Eylül 2006.
- Karasar, N. 2009. Bilimsel araştırma yöntemi (19. Baskı). Nobel Yayın Dağıtım, Ankara.
- Karataş, İ. ve Guven, B. 2003. 8. Sınıf öğrencilerinin problem çözme sürecince kullandığı bilgi türlerinin analizi. *Matematikçiler Derneği Bilim Köşesi*. www.matder.org.tr.
- Kazıma, M. 2006. Malawian students’ meanings for probability vocabulary. *Educational Studies in Mathematics*, 64, 169-189.
- King, J. P. 2003. *Matematik sanatı* (14. Baskı). Tubitak Populer Bilim Kitapları, Ankara.
- Korkmaz, A. 2005. Olasılık kuramının doğuşu. *Ankara Üniversitesi SBF Dergisi*, 60(2), 171-193.
- Kosonen, P. O. 1992. Effects of teaching statistical laws on reasoning about problems. Thesis submitted in partial fulfillment of the requirements for the degree of doctor of philosophy. Faculty of Education, Simon Fraser University.
- Lavigne, N. C. and Lajoie, S. P. 2007. Statistical reasoning of middle school children engaged in survey inquiry. *Contemporary Educational Psychology*, 32, 630– 666.
- Lithner, J. 2000. Mathematical reasoning in task solving, *Educational Studies in Mathematics*, 41, 165-190.
- Mandacı-Şahin, S. 2007. 8. Sınıf öğrencilerinin matematik gücünün belirlenmesi. Doktora tezi. Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Mayer, R. E. 1982. The psychology of mathematical problem solving. In F. K. Lester and Garofalo (Eds), *Mathematical problem solving: Issues in research* (1-13). Franklin Institute Press, Philadelphia.
- Meece, J. 1996. Gender differences in mathematics achievement: the role of motivation. In M. Carr (Ed.), *Motivation in Mathematics*. Hampton Press, Inc. (pp. 113- 130). Cresskill, New Jersey.
- Mumcu, H. Y. (2019). İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Matematiksel Muhakeme Öz-Yeterlik İnançlarının İncelenmesi: Bir Ölçek Geliştirme Ve Uygulama Çalışması. *Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi*, 20(3), 1239-1280.
- Nickerson, R. S. 2004. *Cognition and chance: the psychology of probabilistic reasoning*.

- Lawrence Erlbaum Associates, Publishers Mahwah, New Jersey, London.
- Olkun, S. ve Toluk, Z. 2004. İlköğretimde etkinlik temelli matematik öğretimi. Anı Yayıncılık, Ertem Matbaacılık, Ankara.
- Papanastasiou, C. 2002. Effects of background and school factors on the mathematics achievement. *Educational Research and Evaluation*, 8(1), 55-70.
- Popper, K. R. 1998. Bilimsel Araştırmanın Mantığı. YKY, İstanbul.
- Rittle-Johnson, B. and Koedinger, K. R. 2002. Comparing instructional strategies for integrating conceptual and procedural knowledge. Proceedings of the Annual Meeting of the North Psychology of Mathematics Education, 1-4.
- Russell, S. J. 1999. Mathematical reasoning in the middle grades. In L. V. Stiff and F. R. Curcio (Eds.), *Developing mathematical reasoning in grades K-12* (pp. 1– 12). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Salan, M. ve Gencel, S. 1998. Liseler için matematik ders kitabı 3, Salan Yayınları, İstanbul.
- Soylu, Y. ve Soylu, C. 2006. Matematik derslerinde başarıya giden yolda problem çözmenin rolü. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 7(11), 97-111.
- Struik, D. J. 2002. Kısa matematik tarihi (2. Baskı). Doruk Yayıncılık, İstanbul.
- Şandır, H., Ubuz, B. ve Argun, Z. 2002. Ortaöğretim 9. sınıf öğrencilerinin mutlak değer kavramındaki öğrenme hataları ve kavram yanlışları. V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi, ODTU, Ankara.
- Şirin, B., & YILDIZ, A. (2020). 8. sınıf matematik ders kitabının PISA temel matematik beceri seviyelerine göre incelenmesi. *Cumhuriyet Uluslararası Eğitim Dergisi*, 9(4), 1158-1176.
- Tatsis, K., Kafoussi, S. and Skoumpourdi, C. 2008. Kindergarten children discussing the fairness of probabilistic games: The creation of a primary discursive community. *Early Childhood Education Journal*, 36, 221-226.
- Toulmin, S., Rieke, R. and Janik, A. 1984. *An introduction to reasoning* (Second Edition). Macmillan Publishing Co., Inc. New York.
- Umay, A. 2003. Matematiksel muhakeme yeteneği. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24, 234-243.
- Yazgan, Y., & Ülger, T. K. (2022). Matematik Öğretmen Adaylarının Cebirsel, Uzamsal, Olasılıksal ve Orantısal Muhakemedeki Başarı Düzeylerinin Karşılaştırılması. *Turkish Studies-Educational Sciences*, 17(3).