

DOI: <http://doi.org/10.5281/zenodo.14502152>

Accepted: 20.11.2024

## 8. Sınıf Öğrencilerinin Kareköklü Sayılar Konusuna İlişkin Kavram Yanılgıları

### 8th Grade Students Misconcept on Square Root Numbers

Yeliz ÇELEN

Amasya Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Eğitim Programları ve Öğretimi, Amasya, Türkiye  
yelizcelen@hotmail.com, <https://orcid.org/0000-0002-7991-4790>

Eylemcan TOLUK

Amasya Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Eğitim Programları ve Öğretimi, Amasya,  
Türkiye

### Özet

Bu araştırma, ilköğretim sekizinci sınıf öğrencilerinin matematik dersindeki kareköklü sayılar konusu ile ilgili yaşadıkları kavram yanılgıları tespit etmek amacıyla yapılmıştır. Araştırma betimsel tarama modelinde olup araştırmada nitel araştırma yöntemleri kullanılmıştır. Araştırma evrenini 2022-2023 eğitim-öğretim yılında Samsun ilinde bulunan devlet okulunda, rastgele seçilmiş 28 öğrenci oluşturmaktadır. Araştırmada öğrencilerden elde edilen verilerin toplanması için araştırmacı tarafından hazırlanan teşhis testi kullanılmıştır. Araştırmadan elde edilen veriler sonucunda öğrencilerin yaşadıkları kavram yanılgılarının sebebi, Graeber ve Johnson'ın sınıflamasına göre gruplandırılmış ve genel olarak öğrencilerin yanlış tercümeden kaynaklı kavram yanılgıları yaşadıkları görülmüştür.

**Anahtar Kelimeler:** Kareköklü sayılar, Matematiğe özgü kavram yanılgıları, Kavram Yanılgısı

### Abstract

This research aims to identify the misconceptions experienced by eighth grade primary school students regarding the subject of square root numbers in mathematics course. This research is a descriptive survey model and qualitative research methods were used in the research. The research population consists of 28 randomly selected students at a public school in Samsun in the 2022-2023 academic year. In the study, a diagnostic test prepared by the researcher was used to collect the data obtained from the students. As a result of the data obtained from the research, the reasons for the misconceptions experienced by the students were grouped according to Graeber and Johnson's classification, and it was generally observed that the students experienced misconceptions caused by incorrect translation.

**Keywords:** Square root numbers, Misconceptions specific to mathematics, Misconception

### Giriş

Kavramlar genel olarak insanın zihninde anlam kazanan, belirli bir alana özgü, obje ve olguların farklı özelliklerini gösteren bir bilgi formu ya da yapısıdır (Ülgen, 2001, 100). Kavramlar, kişinin düşünmesine katkıda bulunan zihinsel öğeler olarak tanımlanmakta,

fikirlerin ve süreçlerin diğer gruplardan ayırt edilmesine katkıda bulunmaktadır (Senemoğlu, 2013). Bununla birlikte kavramlar bir disiplin ya da dersin öğretilmesinde temel bileşen ve terimlerin de zihinsel alt tanımlamalarını oluşturmaktadır. Kavramlar bu özellikleriyle algıların derinlik kazanmasını, sahip olunan bilgileri genişletilmesini ve öğrenme sürecinin kolaylaşmasını sağlaması açısından da öğretimi önemli görülen yapılardır (Elliott, Kratochwill, Littlefield Cook ve Travers, 2000; Erden ve Akman, 2004).

Öğrenme süreçlerine katkıları açısından önem teşkil eden kavramların öğrencilere öğretilmesinde zorluklar yaşanabilmekte ya da kavram öğretiminde yanlış ya da yetersiz öğrenmeler olabilmektedir (Byrd, McNeil, Chesney ve Matthews, 2015). Bu tür sorunlar öğrencilerin kavram yanlışlığı yaşamasına sebep olmaktadır. Kavram yanlışlığı genel olarak yanlış anlama ya da kavramların yanlış ya da eksik kullanımı şeklinde tanımlanmaktadır (Yenilmez ve Yaşa, 2008). Bununla birlikte Ojose (2005) kavram yanlışlığını öğrenenlerin bilgi eksikliklerinden kaynaklanan yanlış anlamlandırma ve yorumlamaları olarak tanımlarken, Meşeci, Tekin, Karamustafaoğlu (2013), bireyin doğru olarak kabul edilen bir beceriyi göstermede kaynak olarak kullandığı yanlış kavramlaştırmalar şeklinde tanımlanmaktadır. Kavram yanlışlığı nasıl tanımlanırsa tanımlansın öğrencilerin yanlış anlamlandırmalarından ya da bilgi eksikliklerinden kaynaklandığı ve genel kabul görmüş doğrularla çeliştiği bir gerçektir. Öğrencilerin, bu kavram yanlışlıklarına sahip olmalarının sebepleri arasında derslerde işlenen kuralların ve tanımların ezberlenmeye çalışılması, yanlış öğrenilmesi, soyut konular için hazırbulunuşluk seviyelerinin yetersiz olması ve benimsedikleri öğrenme tekniğinin yanlış olması gelmektedir (Bilgin ve Geban, 2001).

Matematik de disiplin olarak farklı terim ve terminoloji ile soyut kavramların çok olduğu bir alan olması ve de pek çok öğrencinin öğrenmekte zorluk çekmesi nedeniyle öğrencilerin kavram yanlışlıklarının olduğu bir alan olarak karşımıza çıkmaktadır. Öğrencilerin matematik dersindeki farklı konulardaki kavram yanlışlıklarına odaklanan pek çok çalışma bulunmaktadır (Pesen, 2007; Akkaya & Durmuş, 2006; Morali, Köroğlu, & Çelik, 2004). Kavram yanlışlıklarının matematik dersindeki akademik başarıyı olumsuz etkilediği ve öğrencilerin matematiğe karşı olumsuz tutum geliştirdiklerine dair de pek çok çalışma bulunmaktadır (Türkdoğan, Güler, Bülbül, & Danışman, 2015; Yenilmez & Yaşa, 2008). Bu nedenle var olan kavram yanlışlıklarının tespit edilmesi ve giderilmesi konunun öğrenciye aktarılması açısından önem taşımaktadır (Zembat, 2013). Bir konuya başlanmadan önce konuya ilişkin kavram yanlışlıklarının tespit edilmesi öğrencinin nerede ve niçin kavram yanlışlığı yaşadığının tespit edilmesi açısından önemlidir (NRCS, 1997; Jonnes ve Tanner, 2000). Kavram yanlışlıklarının giderilebilmesi için, öğrencilerin eksik olduğu bilgileri ve kavram yanlışlıklarını tespit etmek, bu yanlışlıkları uygun materyal ve tekniklerle geliştirmek ve yanlışlıkları ortadan kaldırmak gerekmektedir (Gönen, Akgün ve Yılmaz, 2005). Özellikle matematik öğretim süreçlerinde konuların birbirleriyle ilişkili olması ve sarmal bir yapıyla öğretilmiş olmasından dolayı yeni konuların sağlıklı bir şekilde öğrenilebilmesi için daha önceki konuların iyi öğrenilmesi gerekmektedir (Oral, 2020).

Alan yazın incelendiğinde matematik öğretiminde kavram yanlışlıklarına ilişkin pek çok çalışma bulunmakla birlikte bunlardan bir kısmı da kareköklü sayılar üzerinedir (Cengiz, 2006; Şenay, 2002; Orhun, 1998). Köklü sayılara ilişkin çalışmalara bakıldığında öğrencilerin bu konuyla günlük hayatta yeteri kadar karşılaşmamaları, zor ve karışık işlemlerden oluşması gibi nedenlerden dolayı bu konuda farklı düzeyde kavram yanlışlıkları bulunmaktadır (Kaplan, Altaylı ve Öztürk, 2014). Bu çalışmalar incelendiğinde öğrencilerin; karekök içerisindeki sayının yaklaşık değerini tahmin edememe, bir sayının çift kuvvetinin karekök içerisinden olduğu gibi çıkma ( $\sqrt{a^2} = a$ ), aradaki toplama ve çıkarma işlemlerini olduğu gibi çıkarma ( $\sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$ ), karekök içerisini negatif yapan sonuçlar bulma gibi birçok kavram yanlışlığına sahip olduğu görülmüştür. Bu çalışmada yine öğrencilerin kareköklü sayıların çarpımında ve bölümünde güçlük yaşadıkları ve kareköklü ifadenin sadece katsayılarını çarpıp

bölgükleri görölmüştür. Yine Erçerman (2008) ve Aydoğdu (2020) tarafından yapılan çalışmada da öğrencilerin kök içerisinde eksi işaretine dikkat etmeden işleme geçtikleri ve işlemin anlamını kavrayamadıklarından kavram yanılığına düştükleri gözlemlenmiştir.

Bu çalışmada öğrencilerin 8. Sınıftaki kareköklü sayılara yönelik kavram yanılığlarını tespit etmek amaçlanmış olmakla birlikte bu kavram yanılığlarının Graeber ve Johnson (1991) tarafından yapılan sınıflamaya göre nasıl tanımlandığının de tespit edilmesine çalışılmıştır. Çalışma bu bakımdan bu alana farklı bir bakış açısıyla bakmakta ve kavram yanılığlarının hangi türde toplandığının betimlenmesi ve giderilmesi açısından kavram yanılığı çalışmalarına farklı bir açıdan bakmayı sağlayacaktır. Graeber ve Johnson (1991), kavram yanılığlarını dört ayrı kategoride ele almışlardır. Bunlar aşırı genelleme, aşırı özelleme, yanlış tercüme ve kısıtlı algılamadır (Akt. Zembat, 2013) Graeber ve Johnson (1991) ise matematiğe özđü kavram yanılığlarını: (1) Aşırı genelleme; belirli bir gruba özđü olan kuralların, prensiplerin o gruba ait olmayan diğer durumlar için de kabul edilerek kuralın uygulanılmasında kaynaklanan kavram yanılığları, (2) Aşırı özelleme; belirli bir gruba özđü olan kuralların, prensiplerin sadece o grubun içinde bulunan bir alt gruba özđü olduğunu düşünüp grubun geneline yayılamaması durumundan kaynaklanan kavram yanılığları, (3) Yanlış tercüme; formül, işlem, grafik, tablo ve cümle gibi ifadeler arası geçişlerde yapılan hatalar zincirinden kaynaklanan kavram yanılığları, (4) Kısıtlı algılama (kavrayış); bir kavramın olması gerektiği gibi anlaşılmayıp gerekenden daha zayıf anlaşılması durumundan kaynaklanan kavram yanılığları olmak üzere dört grupta sınıflandırmıştır (akt. Kucam ve Demir, 2018).

## Yöntem

Bu araştırmada genel tarama modeli kullanılmıştır. Tarama modelleri, var olan durumu betimlemeyi amaçlayan bir tarama yöntemidir. Bu modelde kendi bulunduğu koşullarda betimlemeye çalışır. Araştırmada kullanılan genel tarama modelinde eleman sayısı yüksek bir evrende, evrenin tamamı veya alınan bir kısmı, örnek ya da örneklem üzerinde yapılan tarama gerçekleşmektedir. Araştırmada nitel araştırma yöntemlerinden faydalanılmıştır. Nitel araştırma, ayrıntılı ve fazla bilgi edinmeyi amaçlamakta ve grup üyelerinin hareket ve düşüncelelerinin nasıl olduğunu, farklı düşüncelelerini ortaya çıkarma amacı gütmektedir.

## Evren ve Örneklem

Yapılan araştırmanın evrenini, Samsun ilinde bulunan bir devlet okulundan rastgele seçilmiş 28 öğrenci oluşturmaktadır.

## Veri Toplama Aracı ve Verilerin Toplanması

Öğrencilerin kareköklü sayılarla yaşadıkları kavram yanılığlarını tespit etmek amacıyla Milli Eğitim Bakanlığı Talim Terbiye Kurulu Başkanlığı İlköğretim Matematik Dersi 8.sınıf öğretim programındaki konu ile alakalı kazanımlara uygun olarak teşhis testi kullanılmıştır. Teşhis testleri zihinde oluşan yanlış anlaşmaları ortaya çıkarmakta kullanılmakta ve elde edilen bilgiler öğretim süreçlerinde biçimlendirici rol oynayarak öğretimi yönlendirmektedir (Özmantar ve Yeşildere, 2008). Teşhis testi için öğretim programında bulunan kareköklü sayılara yönelik kazanımlar incelenmiş ve kazanımlara yönelik araştırmacı tarafından 7 farklı soru kullanılmıştır. Bu sorulara verilen cevaplar betimsel analiz yoluyla analiz edilmiş, Graeber ve Johnson (1991, akt. Kucam ve Demir, 2018).) tarafından yapılan sınıflamaya göre sınıflandırılmıştır. Dikkat çeken cevaplar araştırmada paylaşılmıştır. Test, öğrencilerle okulda gerçekleştirilmiştir. Görüşme sonucu elde edilen veriler, araştırmacı tarafından yazılı bir şekilde

kayıt altına tutulmuştur. Uygulamada sorulan soruların kazanımlarına göre dağılımına Tablo 1'de yer verilmiştir.

Tablo 1. Soruların kazanımlara dağılımı

NO	KAZANIMLAR	1	2	3	4	5	6	7
1	Tam kare pozitif tam sayılarla bu sayıların karekökleri arasındaki ilişkiyi belirler.		X	X				
2	Tam kare olmayan kareköklü bir sayının hangi iki doğal sayı arasında olduğunu belirler.	X						
3	Kareköklü bir ifadeyi $a\sqrt{b}$ şeklinde yazar ve $a\sqrt{b}$ şeklindeki ifadeye katsayıyı karekök içine alır.						X	X
4	Kareköklü ifadelerde çarpma ve bölme işlemlerini yapar.				X			X
5	Kareköklü ifadelerde toplama ve çıkarma işlemlerini yapar.					X	X	

### Verilerin Analizi

Verilerin analiz edilirken genel tarama modeline dayalı betimsel çalışma tekniği kullanılmıştır.

Betimsel çalışma tekniğinde test uygulanan öğrencilerin kavram yanlışlarını tespit edilmesi amaçlanmıştır. Betimsel çalışmalarda elde edilen bulgular düzenlenmekte, yorumlanmakta ve daha sonra da uygun bir şekilde okuyucuya sunulmaktadır. Araştırmadan elde edilen verileri analiz etmek için frekans ve yüzde hesapları kullanılmıştır. Sorulan sorulara verilen cevaplar boş, doğru ve yanlış olarak sınıflandırılmıştır. Verilen cevapların dağılım grafikleri ile yüzde hesapları bulgular bölümünde sunulmuştur.

### Bulgular

Araştırmada ilk soru ' $2\sqrt{6}$  hangi iki doğal sayı arasında olduğunu ve sebebini açıklayınız.' şeklindedir. Bu soru 'Tam kare olmayan kareköklü bir sayının hangi iki doğal sayı arasında olduğunu belirler.' kazanımını ölçmeye yönelik hazırlanmış bir sorudur. Bu soruya öğrencilerin %61'i doğru, %25'i yanlış, %14'ü ise boş cevap vermiştir. Doğru cevap verenlerin yanlış cevap verenlere kıyasla daha fazla olduğu da görülmüştür. Yanlış cevap veren öğrenci kağıtları incelendiğinde öğrencilerin kareköklü sayıları sayı doğrusunda diğer sayılar gibi gösterdikleri

ve sıraladıkları görülmektedir. Bu öğrenciler kareköklü sayının başında bulunan 2 sayısını bir tam sayı gibi alarak sayı doğrusundaki yerine yerleştirmişler ve bu bağlamda Graeber ve Johnson'ın matematiğe özgü kavram yanlışlarından aşırı genellemeye uygun kavram yanlışısında buldukları gözlemlenmiştir. Bu kapsamda örnek bir öğrenci cevabına şekil 1'de yer verilmiştir.

Şekil 1. Örnek öğrenci cevabı

1)  $2\sqrt{6}$  hangi iki doğal sayı arasındadır? Sebebinizi açıklayınız.

$$1 < 2\sqrt{6} < 3$$

Boş kot sayısı 2 olduğu için sayı doğrusunda 1 ve 3 arasında yer alır

Öğrencilere sorulan ' $\sqrt{(-8)^2}$  köklü sayısının eşiti nedir ve sebebinizi açıklayınız.'

sorusu 'Tam kare pozitif tam sayılarla bu sayıların karekökleri arasındaki ilişkiyi belirler.' kazanımını

ölçmek için araştırmacı tarafından hazırlanmış bir sorudur. Soru incelendiğinde Bu soruya öğrencilerin %42'si doğru, %35'i yanlış, %23'ü ise boş cevap vermiştir. Soruya yanlış cevap veren iki öğrencinin kağıdına aşağıda yer verilmiştir.

Şekil 2. Örnek öğrenci cevabı

2)  $\sqrt{(-8)^2}$  köklü sayısının eşiti nedir ve sebebinizi açıklayınız.

I.YOL  $\sqrt{(-8)^2} = \sqrt{(-8) \cdot (-8)} = \sqrt{64} = 8$

II.YOL  $\sqrt{(-8)^2} = -8$

İkisi de eşit değil.  
Sığama yapamadım doğru çözemedim

Şekil 3. Örnek öğrenci cevabı

2)  $\sqrt{(-8)^2}$  köklü sayısının eşiti nedir ve sebebinizi açıklayınız.

$$\sqrt{(-8)^2} = -8$$

üs ve kare kotu birbirini götürür. Kural kaydedir.

Kavram yanlışısı olan öğrencilerin cevapları incelendiğinde karekök içinden eksi bir sayının karesi çıkarılırken kurallarla ilgili sorun yaşadıkları, karekök içindeki ifadenin her zaman sıfırdan büyük bir sayıya ( bu düzey için ) eşit olacağı konusunda yanlış bilgilere sahip olduklarını ve karekök içindeki sayı her ne olursa olsun karesinin kök ifadesi ile birbirini götürüleceği konusunda farklı yanlışlara saip oldukları görülmektedir. Öğrencilerin köklü sayıların kök içerisinde çıkarılırken mutlak değer olarak çıktığı kuralını eksi ya da yanlış öğrendikleri

görülmektedir. Bu yanlışların tümünün kısıtlı algılama (kavrayış) yani bir kavramın olması gerektiği gibi değil daha kısıtlı ya da yeterli olmayan şekilde algılanmasına işaret ettiği söylenebilir.

Öğrencilere sorulan üçüncü soru, ' $\sqrt{(-2)^2}$  ve  $(\sqrt{-2})^2$  ifadeleri birbirine eşit midir, sebebini açıklayın.'

Şekil 4. Doğru Cevap Veren Öğrenci Kağıdı

3)  $\sqrt{(-2)^2}$  ve  $(\sqrt{-2})^2$  ifadeleri birbirine eşit midir, sebebini açıklayınız.

$$\sqrt{(-2)^2} = |-2| = 2 \text{ olur.}$$

$$(\sqrt{-2})^2 = -2 \text{ olur.}$$

}  $(-2) \neq (2)$

Bu ifadelerin birbirine eşit olma ihtimali yoktur.

Soruya doğru cevap veren öğrencilerin aksine kavram yanlışlığı olan öğrencilerin tam kare pozitif sayıların karelerini almayı bilmedikleri, bu sayılarla rasyone ve irrasyonel sayıları ilişkilendiremedikleri görülmektedir. Kavram yanlışlığı olan öğrenci cevaplarına aşağıda yer verilmiştir.

Şekil 5. Kavram yanlışlığı olan öğrenci kağıdı

3)  $\sqrt{(-2)^2}$  ve  $(\sqrt{-2})^2$  ifadeleri birbirine eşit midir, sebebini açıklayınız.

$$\sqrt{(-2)^2} = \sqrt{(-2) \cdot (-2)} = 4$$

$$(\sqrt{-2})^2 = \sqrt{-2} \cdot \sqrt{-2} = 4$$

Kavram yanlışlıkları incelendiğinde öğrencilerin yanlış hatalar silsilesinden oluşan bir yanlışlığa sahip oldukları ve bu yanlışlıkların Graeber ve Johnson'ın matematiğe özgü kavram yanlışlarından yanlış tercüme başlığı altında toplanabileceği düşünülmektedir.

Öğrencilere 4. soru olarak ' $\sqrt{(-9)} \cdot \sqrt{(-4)}$  ve  $\sqrt{(-9) \cdot (-4)}$  ifadeleri birbirine eşit midir ve sebebini açıklayınız.' sorusu yöneltilmiş olup bu soru 'Kareköklü ifadelerde çarpma ve bölme işlemlerini yapar.' kazanımını ölçmeye yönelik hazırlanmış bir sorudur. Bu soruya öğrencilerin %32'si doğru, %50'si yanlış, %18'i ise boş cevap vermiştir. Doğru cevap verenlerin yanlış cevap verenlere kıyasla daha az olduğu da görülmüştür. Öğrencilerin yarısının da yanlış cevap verdiği görülmüştür. Kavram yanlışlığı olan öğrenci kağıtları incelendiğinde öğrencilerin kuralın kendisine böyle öğretildiğini savundukları görülmektedir. Bu bağlamda bu yanlışlıkların Graeber ve Johnson'ın matematiğe özgü kavram yanlışlarından kısıtlı kavrayış

kapsamında değerlendirilebileceği görülmektedir. Bununla birlikte kavram yanlışlarının daha önceki öğrenmelerde yaşanan sorunlardan kaynaklandığı da görülmektedir. Örneğin bazı öğrenciler -9'un ya da -4'ün kareköklerini kök dışına eksi olarak çıkarmış, kök içinde çarpma işlemini yapmamış, sayıları kök içersinden dışarısına yanlış çıkarmış olup bunun tam sayılarla karekök ilişkisinin daha önceki kazanımlarda yeterince açıklanmadığı varsayımıyla açıklanabileceği görülmektedir. Kavram yanlışlığı olan bir öğrenci cevabına aşağıda yer verilmiştir.

Şekil 6. Kavram yanlışlığı olan öğrenci kağıdı

4)  $\sqrt{-9} \cdot \sqrt{-4}$  ve  $\sqrt{(-9) \cdot (-4)}$  ifadeleri birbirine eşit midir, sebebini açıklayınız.

$$\begin{array}{l} \sqrt{-9} = \sqrt{-3 \cdot 3} = -3 \\ \sqrt{-4} = \sqrt{-2 \cdot 2} = -2 \\ -3 \cdot -2 = 6 \text{ olur.} \end{array} \quad \left| \quad \begin{array}{l} \sqrt{(-9) \cdot (-4)} = \sqrt{36} \\ \sqrt{36} = 6 \end{array} \right.$$

Buna benzer soru koymedi öğretmenimdir.

İki ifade birbirine eşit olur.  
Kuralı böyle hatırlıyorum.

Öğrencilere sorulan bir diğer soru ' $\sqrt{6^2 + 8^2}$  ve  $\sqrt{6^2} + \sqrt{8^2}$  ifadeleri birbirine eşit midir, sebebini açıklayınız.' şeklindedir. Bu soru 'Kareköklü ifadelerde toplama ve çıkarma işlemlerini yapar' kazanımını ölçmeye yönelik hazırlanmış bir sorudur. Bu soruya öğrencilerin %46'sı doğru, %29'u yanlış, %25'i ise boş cevap vermiştir. Soruya yanlış cevap veren öğrencilerin kağıtlarına bakıldığında kavram yanlışlığı yaşayan öğrencilerin öğretmenlerinin anlattığı kuralı yanlış ya da eksik anladıkları yani yanlış tercüme ettikleri görülmüştür. Aşağıda kavram yanlışlığı olan öğrenci kağıtlarına yer verilmiştir.

Şekil 7. Kavram yanlışlığı olan öğrenci kağıdı

5)  $\sqrt{6^2 + 8^2}$  ve  $\sqrt{6^2} + \sqrt{8^2}$  ifadeleri birbirine eşit midir, sebebini açıklayınız.

$$\begin{array}{l} \sqrt{6^2} = \frac{6}{2} = 3 \\ \sqrt{8^2} = \frac{8}{2} = 4 \\ 3 + 4 = 7 \end{array} \quad \left| \quad \begin{array}{l} \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{14^2} = \frac{14}{2} = 7 \end{array} \right.$$

İfadeler eşittir.  
Kural böyledir.  
böyle uygulanır.

Şekil 7 incelendiğinde öğrencinin kare , karekök ifadelerini am olarak öğrenci öğrenmelerden öğrenemediği, karekök içindeki 6 nın karesi ifadesini öğrencinin  $6/2=3$  şeklinde dışarı çıkardığı önceki yanlış bilgilenmelerden kaynaklanan yanlış öğrenmeleri devam ettirerek sonucu yanlış buldukları görülmüştür.

Bu kapsamda öğrencilere sorulan son soru ' $5\sqrt{3} \times 2\sqrt{12}$  işleminin sonucunu bulunuz ve sebebini açıklayınız.' şeklinde olup, bu soru 'Kareköklü bir ifadeyi  $a\sqrt{b}$  şeklinde yazar ve  $a\sqrt{b}$  şeklindeki ifadeye katsayıyı karekök içine alır.' ve 'Kareköklü ifadelerde çarpma ve bölme işlemlerini yapar.' kazanımlarını ölçmeye yönelik hazırlanmış bir sorudur. Bu soruya öğrencilerin %57'si doğru, %25'i yanlış, %18'i ise boş cevap vermiştir. Doğru cevap verenlerin yanlış cevap verenlere kıyasla daha fazla olduğu da görülmüştür. Bu soruda kavram yanılığı yaşayan öğrenci kağıtları incelendiğinde öğrencilerin aşırı kısıtlama yaptıkları köklü sayıların kendi içinde tam sayıların kendi içinde çarpıldığını belirttikleri görülmüştür. Kavram yanılığı bir öğrenci kağıdına Şekil 8'de ve Şekil 9'da yer verilmiştir.

Şekil 8. Kavram yanılığı olan öğrenci kağıdı

7)  $5\sqrt{3} \times 2\sqrt{12}$  işleminin sonucunu bulunuz ve sebebini açıklayınız.

$$2\sqrt{12} = 2\sqrt{2^2 \cdot 3} = 4\sqrt{3}$$

$$\boxed{5\sqrt{3}} \times \boxed{4\sqrt{3}} = \boxed{20\sqrt{3}}$$

Kurallar böyle uygulanır. Köklü sayılar kendi içinde tam sayılar kendi içinde çarpılır.

Şekil 9. Kavram yanılığı olan öğrenci kağıdı

7)  $5\sqrt{3} \times 2\sqrt{12}$  işleminin sonucunu bulunuz ve sebebini açıklayınız.

$$\frac{5 \cdot 3}{2} \cdot \frac{2 \cdot 12}{2} = 15 \cdot 6 = 90$$

Çok çarpışmadığım için sonucu söylemedim.

## Tartışma ve Öneriler

Araştırma bulguları incelendiğinde öğrencilerin daha çok yanlış tercümeden kaynaklı kavram yanılıklarına sahip oldukları, kareköklü sayılarla ilgili kavram yanılıklarının daha çok sırasıyla yanlış öğrenmelerden, öğrendiğini genelleme ve aşırı kısıtlama davranışlarından kaynaklandığı görülmektedir. Aydoğdu (2020) tarafından yapılan çalışmada da öğrencilerin kareköklü sayılarla işlemlerle ilgili kavram yanılıklarına sahip oldukları ve bu yanılıkların aşırı genellemeden kaynaklandığını belirtmektedir.

Yapılan çalışmalar da bu araştırma bulgularında görüldüğü üzere, bazı öğrencilerin karekökü içinden çıkaramadıkları ve karekök içindeki sayının mutlak değerinin alınıp çıkarılması gerektiği hususunda bilgi sahibi olmadıkları görülmektedir (Cengiz, 2006; Şenay, 2002).



Bu konuda yapılan kısıtlı çalışmalardan öğrencilerin karkeöklü sayılarla işlem yapabilmeye zorlandıkları, bunların genel olarak verilen kuralları tam olarak anlayıp uygulamadıklarından kaynaklandığı görülmektedir. Bu bağlamda köklü sayılara ilişkin öğretim süreçlerinde konunun günlük yaşamla ilişkilendirilmesine özen gösterilmesi, kuralları farklı örnek ve somut materyallerle desteklenmesi, mevcut kavram yanlışlarının incelenerek öğretmenin kılavuz kitaplarında bu durumların örneklendirilmesi önerilmektedir.

### Kaynakça

- Akgün, A., Gönen, S., & Yılmaz, A. (2005). Fen bilgisi öğretmen adaylarının karışımının yapısı ve iletkenliği konusundaki kavram yanlışları. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 28(28), 1-8.
- Akkaya, R., & Durmuş, S. (2006). İlköğretim 6-8. sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanındaki kavram yanlışları. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*.
- Jones, S. & Tanner, H. (2000). *Becoming a Successful Teacher of Mathematics*. London: Routledge Falmer.
- Aydoğdu, M. (2020). Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Üslü Sayılar ile Köklü Sayılar Konularındaki Kavram Yanlışlarının Belirlenmesi. *Uluslararası Eğitim Bilim ve Teknoloji Dergisi*, 6(3), 240-257.
- Bilgin, İ., & Geban, Ö. (2001). Benzeşim (analoji) yönetimi kullanarak lise 2. sınıf öğrencilerinin kimyasal denge konusundaki kavram yanlışlarının giderilmesi.
- Byrd, C.E., McNeil, N. M., Chesney, D. L. ve Matthews, P.G. (2015). A specific misconception of the equal sign acts as a barrier to children's learning of early algebra. *Learning and Individual Differences* 38(2015), 61–67.
- Cengiz, Ö.M. (2006). *Reel sayıların öğretiminde bir kısım ortaöğretim öğrencilerinin yanlışları yanlışları üzerine bir çalışma*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Atatürk Üniversitesi, Erzurum.
- Elliott, S.N., Kratochwill, T.R., Littlefield Cook, J. ve Travers, J. F. (2000). *Educational psychology: Effective teaching, effective learning*. (3. Baskı). USA: McGraw-Hill Companies.
- Erden, M. ve Akman, Y. (2004). *Gelişim ve öğrenme*. Ankara: Arkadaş Yayınevi.
- Erçerman, B. (2008). Kavramsal ve işlemsel bilgi bağlamında lise öğrencilerinin lineer cebir bilgilerinin değerlendirilmesi. *Unpublished Master Dissertation*. *Yüzüncü Yıl Üniversitesi, Van, Türkiye*.
- Kaplan, A., Altaylı, D., & Öztürk, M. (2014). Kareköklü sayılarda karşılaşılan kavram yanlışlarının kavram karikatürü kullanılarak giderilmesi. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 27(1), 85-102. <https://doi.org/10.19171/ueefd.31919>
- Kucam, E., & Demir, E. (2018). Kavram yanlışları ile yanıltıcı davranışları arasındaki ilişkilerin matematik okuryazarlığı örneği üzerinde incelenmesi.
- Meşeci, B., Tekin, S. ve Karamustafaoğlu, S. (2013). Maddenin tanecikli yapısıyla ilgili kavram yanlışlarının tespiti. *Dicle Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 5(9), 8-40.
- Moralı, S., Köroğlu, H., & Çelik, A. (2004). Buca eğitim fakültesi matematik öğretmen adaylarının soyut matematik dersine yönelik tutumları ve rastlanan kavram yanlışları. *Gazi Üniversitesi Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24(1).
- NRCS. (1997). *Science Teacher Reconsidered: A Handbook*. Washington: National Academy Press.
- Ojose, B. (2015). Students' misconceptions in mathematics: Analysis of remedies and what research says. *Ohio Journal of School Mathematics*, 72, 30-34.

- Oral, N. (2020). *5. Sınıf öğrencilerinin doğal sayılarla bölme işleminde yaşadığı zorluklar ve bu zorlukların nedenleri* (Master's thesis, Pamukkale Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü).
- Orhun, N., 1998. Cebir öğretiminde aritmetik işlemlerdeki üslü ve köklü çokluklardaki yanlışların tespiti. Atatürk Üniversitesi 40. Kuruluş Yıldönümü Matematik Sempozyumu. 20-22 Mayıs, Erzurum.
- Özmantar, M. F., & Yeşildere, S. (2008). Limit ve süreklilik konularında kavram yanlışları ve çözüm arayışları. MF Özmantar, E. Bingölbali ve H. Akkoç. *Matematiksel kavram yanlışları ve çözüm önerileri*, 181-221.
- Özmantar, M.F., Bingölbali, E. ve Akkoç, H. (2013). *Matematiksel kavram yanlışları ve çözüm önerileri (3. Baskı)*. Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.
- Pesen, C. (2010). Öğrencilerin kesirlerle ilgili kavram yanlışları. *Eğitim ve Bilim*, 32(143).
- Senemoğlu, N. (2013). *Gelişim, öğrenme ve öğretim, (23. Baskı)*. Ankara: Yargı Yayınevi.
- Şenay, Ş. C. (2002). *Üslü ve köklü Sayıların öğretiminde öğrencilerin yaptıkları hatalar ve yanlışları üzerine bir araştırma*. Yayımlanmamış yüksek lisans tezi. Konya Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü. Konya.
- Türkdoğan, A., Güler, M., Bülbül, B. Ö. ve Danişman, Ş. (2015). Studies about misconceptions in mathematics education in Turkey: A thematic review Mersin University Journal of the Faculty of Education, 11(2), 215-236.
- Ülgen, G. (2001). *Kavram geliştirme. (3. Baskı)*, Ankara: Pegem A Yayıncılık.
- Yenilmez, K., & Yaşa, E. (2008). İlköğretim Öğrencilerinin Geometrideki Kavram Yanlışları. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 21(2), 461-483.
- Zembat, İ.Ö. (2013). Kavram yanlışlığı nedir? İçinde Özmantar, M.F., Bingölbali, E., ve Akkoç, H. (Ed.) *Matematiksel kavram yanlışları ve çözüm önerileri, (3. Baskı)*. (s. 1-8). Pegem Akademi: Ankara.